

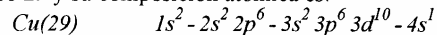
CAPITULO 2

Conducción en los semiconductores.

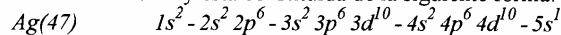
2.1 Corriente en los cristales.

Los metales son cristales que conducen la electricidad en alto grado; son ejemplos más comunes de dichos cristales conductores, el *Cu* (cobre), la *Ag* (plata) y el *Au* (oro). Los átomos que componen estos cristales corresponden al grupo I de la tabla de Mendeleiev, es decir, que tienen un único electrón en su última órbita y son, por consiguiente, monovalentes.

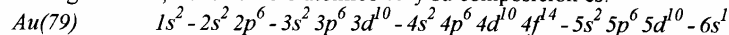
Veremos la composición espectral de los metales mencionados. El cobre tiene número atómico 29 y su composición atómica es:



tiene, como vemos, un único electrón en su nivel 4 y sus niveles interiores completos. La plata tiene número atómico 47 y está constituida de la siguiente forma:



vemos que la capa 5 tiene también un único electrón pero no tiene sus niveles interiores completos, puesto que en el nivel 4 caben 32 electrones y sólo tiene 18; esto es porque los niveles 4 y 5 están solapados y comenzó a llenarse el 5 sin antes terminar de llenarse el 4. Con el oro sucede algo similar, tiene número atómico 79 y su composición es:



en donde vemos que se completó la capa 4, que en la plata estaba incompleta, y se llenaron 3 subniveles de la 5, el único electrón quedó en el nivel 6 que es en este caso el de valencia.

La composición espectral de los átomos vistos recientemente, que indica la cantidad de electrones que compone cada nivel, se mantiene cuando dichos elementos están en estado sólido constituyendo un cristal y en este caso los niveles exteriores se transforman en bandas, manteniendo la misma proporción de llenado que sus correspondientes niveles en el átomo aislado; es decir, en los tres cristales los niveles 1 y 2 seguirán siendo niveles pues no interaccionan entre sí, los denominaremos 2/2 y 8/8 respectivamente para hacer notar que son niveles completos con dos estados permitidos en el nivel 1 y 8 en el 2; el nivel 3 se transformó en banda y está completa en los tres metales, se indica con 18/18 para mostrar que tiene 18 estados permitidos y que están todos ocupados. La banda 4, proveniente del nivel 4 aislado, tiene una capacidad de 32 estados por cada átomo que compone el cristal, de los cuales está ocupado solamente 1 en el *Cu*, 18 en la *Ag* y los 32 en el *Au*. La banda 5, proveniente del nivel 5, tiene también diferentes grados de llenado según el cristal del que se trate, caben en ella 50 estados

por átomo, de los cuales en el cobre ninguno está ocupado, en la plata uno solo y en el oro 18. Por último la banda 6 que deriva del nivel 6, está totalmente vacía para el cobre y para la plata y tiene un solo electrón en el oro; dicha banda posee 72 estados permitidos por cada átomo que compone el cristal.

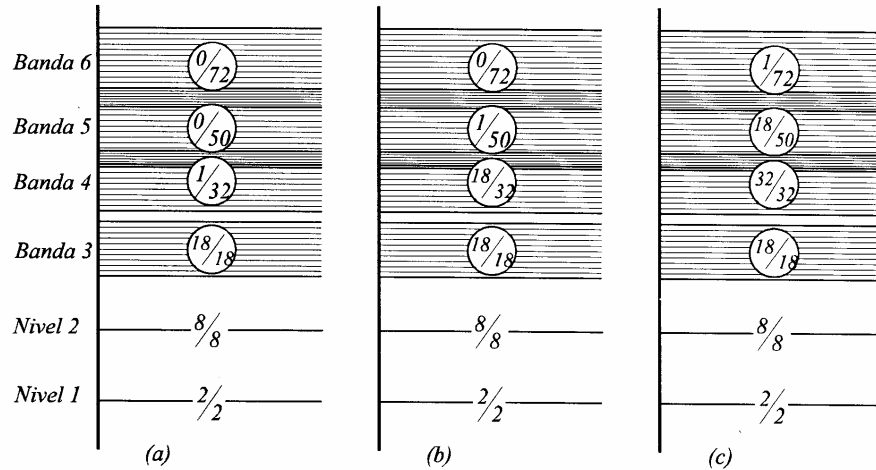


Figura 2-1 Diagramas de energía, (a) para el cobre, (b) para la plata y (c) para el oro. Los niveles 1 y 2 son los mismos que para los átomos individuales puesto que por ser interiores no interaccionan entre sí, mientras que las bandas 3, 4 5 y 6 son desdoblamientos de niveles equivalentes del átomo individual. Se puede apreciar que las bandas más externas se solapan, debido a que contienen cada vez más estados permitidos. No existe separación entre ellas y constituyen una sola banda para los electrones que las ocupan.

Si dibujamos los diagramas de energía para los tres metales mencionados, quedan como se ve en la figura 2-1; en (a) para el Cu, en (b) para la Ag y en (c) para el Au.

Según podemos observar de la figura 2-1, el único electrón de la banda de valencia del conductor se encuentra solo, en una banda que tiene una enorme cantidad de estados vacíos y que se halla superpuesta a su vez, con bandas de mayor energía totalmente vacías. Ese electrón no requiere ganar energía, como en el semiconductor, para poder desplazarse libremente como electrón de conducción, sino que tiene esa posibilidad desde el momento que ya está dentro de esas bandas vacías que son las de conducción del conductor. Es por eso que aún a 0°K puede conducir corriente y la cantidad de portadores en condición de conducir no depende de la temperatura, es siempre constante e igual, aproximadamente, a 10^{23} cm^{-3} .

La banda de valencia en este caso, no se parece en nada a la de los semiconductores, puesto que al ser la banda en la que está el único electrón de valencia, es a su vez banda de conducción, esa banda está casi vacía y no se produce unión por medio de ligaduras covalentes entre átomos, de manera que en el conductor no existen las lagunas. Los únicos portadores de carga serán los electrones libres o simplemente "electrones" y serán estos los únicos responsables de la corriente que puede sostener un cristal conductor.

Según sabemos, la corriente eléctrica se produce por el desplazamiento ordenado de cargas, y su intensidad es igual a la cantidad de carga eléctrica que podemos desplazar en la unidad de tiempo. Para ponerla en evidencia, tomemos una barra conductora tal como muestra la

figura 2-2 y apliquemos una fuerza electromotriz V que determine un campo eléctrico $\mathcal{E}$ y movilice a los electrones del conductor; si tomamos un plano "X" transversal a la dirección del movimiento de los electrones y medimos la cantidad de cargas dQ que atravesó ese plano en un tiempo dt , diremos que la corriente eléctrica es:

$$I = \frac{dQ}{dt} [\text{amper}] \quad (2-1)$$

y se mide en "amperes".

La cantidad de carga que atravesará el plano "X", dependerá de la concentración de electrones del conductor y de la velocidad con que éstos se muevan, en este caso, por ser la concentración de electrones constante e igual, como dijéramos recientemente, a 10^{23} cm^{-3} , la corriente dependerá solamente de la velocidad de desplazamiento de los electrones.

En general será:

$$I = f(n; v) \quad \text{como } n = \text{cte} \quad I = f(v) \quad (2-2)$$

en donde n es la concentración de electrones del metal por unidad de volumen y v su velocidad.

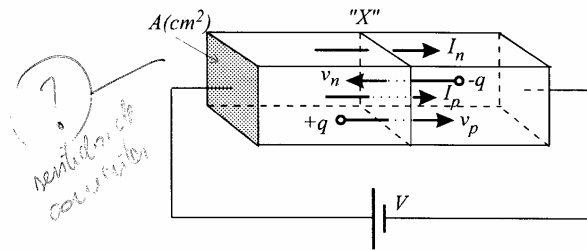


Figura 2-3 Corrientes en un semiconductor. Las partículas con carga $-q$ y $+q$ representan respectivamente un electrón y una laguna. Vemos que si bien los sentidos en que se desplazan son opuestos, las corrientes que cada una sostiene tienen el mismo sentido

En los semiconductores, hay dos tipos de portadores de carga, electrones y lagunas, y cada uno de ellos sostendrá una corriente con independencia del otro; los electrones, como viéramos en la figura 2-2 para el conductor, sostienen una corriente cuyo sentido es opuesto al de movimiento de las cargas negativas que los representa y como esa corriente no es la única, la llamaremos I_n ; su unidad será también el amper y valdrá:

$$I_n = \frac{dQ_n}{dt} [\text{amper}] \quad (2-3)$$

en donde dQ_n es el diferencial de carga representada por los electrones que atravesaron el plano "X" en el tiempo dt .

Lo dicho se aprecia en la figura 2-3 y en ella se ve también a las lagunas representadas por cargas positivas $+q$; sometidas a la acción del campo eléctrico $\mathcal{E}$ que determina la misma fuerza electromotriz V , se mueven en sentido contrario a los electrones pero sostienen corriente en el mismo sentido que ellos. Esta corriente de lagunas la llamaremos I_p y valdrá:

$$I_p = \frac{dQ_p}{dt} [\text{amper}] \quad (2-4)$$

en donde dQ_p representa la cantidad de lagunas que atravesó el plano "X" en el tiempo dt .

Como ambas corrientes tienen el mismo sentido, se suman¹ y podremos, por lo tanto, decir que:

$$I = I_n + I_p \quad (2-5)$$

De acuerdo con lo visto para conductores, la corriente será función de la cantidad de portadores y de su velocidad; la expresión (2-2) adecuada a nuestro caso es:

$$I_n = f(n_o; v_n) \quad (2-6a)$$

$$I_p = f(p_o; v_p) \quad (2-6b)$$

y en este caso, tanto la concentración de portadores como su velocidad serán variables, la concentración de portadores será función de la temperatura, en virtud de que a 0°K no hay portadores y si, a una temperatura distinta de cero, estos, por consiguiente, varían en función de T ; otro tanto pasa con la velocidad de los portadores como veremos próximamente.

Vamos a introducir el concepto de "*densidad de corriente*", si la pastilla tiene una sección transversal de $A(\text{cm}^2)$, la carga, al desplazarse perpendicularmente a dicha sección se repartirá uniformemente sobre ella, de manera que cada unidad de superficie sostendrá una corriente " A " veces menor. La corriente se medirá entonces por unidad de superficie y la denominaremos "*densidad de corriente*"; en lo que sigue, la densidad de corriente la llamaremos " J ", luego:

$$J = \frac{I}{A} \left(\frac{\text{amper}}{\text{cm}^2} \right) \quad (2-7)$$

y se mide en "*amperes /cm²*".

En el metal, la única corriente es la de electrones, o sea que la "*densidad de corriente*" que circulará por la pastilla es la total " J ", en cambio en el semiconductor, la densidad de corriente será la suma de la producida por los electrones, que llamaremos " J_n " y la producida por las lagunas que llamaremos " J_p ", por consiguiente tendrá siempre que verificarse que:

$$J = J_n + J_p \quad (2-8)$$

si el semiconductor fuera intrínseco, sería aproximadamente² $J_n = J_p$.

En semiconductores, aparece como una gran ventaja hablar de densidad de corriente en lugar de hablar de corriente, puesto que la comparación entre características y comportamientos de diferentes materiales semiconductores, deben poderse hacer con prescindencia del tamaño de las pastillas que se quieren comparar, eso fue lo que justificó en su momento hablar de concentración de portadores por unidad de volumen, como ahora hablamos de corriente por unidad de superficie. En conductores pueden utilizarse también estos conceptos pero, por el hecho de que la cantidad de electrones por cm^3 es siempre constante y del orden de 10^{23} para cualquier temperatura y para cualquier material, lo hace menos necesario.

Vamos, en lo que sigue, a hallar el valor de las corrientes, tanto de electrones como de lagunas, en los semiconductores, y a determinar en forma explícita las relaciones (2-6a) y (2-6b) que muestran en forma implícita que las densidades de corriente son función de la concentración de portadores y de la velocidad de los mismos.

¹ Debemos notar que es lógico que la corriente tenga un único sentido, ya sea que esté sostenida por electrones o por lagunas, puesto que el sentido de dicha corriente dependerá de $\mathcal{E}$ y no del tipo de cargas que se movilizan. No olvidemos que tanto el electrón como la laguna son "*modelos*" y éstos se crearon para que representen el comportamiento real de los sistemas cuánticos bajo estudio y en la realidad si en el cristal, sea metal o semiconductor, circula corriente la misma deberá siempre cumplir la ley de Ohm.

² Decimos aproximadamente, porque si bien las concentraciones de portadores son las mismas para un semiconductor intrínseco, no son iguales sus velocidades como veremos al hablar de movilidad.

2.2 - Concentraciones de portadores en un semiconductor.

Hemos visto en el Capítulo 1, que la concentración de portadores, electrones y lagunas, en un semiconductor extrínseco, depende de la cantidad y tipo de impurezas que agregamos al cristal, es decir, si las impurezas son donoras, habrá más electrones que lagunas y el material será *tipo n*; si en cambio las impurezas son aceptoras, el material tendrá más lagunas que electrones y será *tipo p*. Sabremos que $n_o > p_o$ o que $p_o > n_o$ según el caso, pero no conoceremos con exactitud la cantidad de cada uno de los portadores que tiene el cristal en cuestión, y de acuerdo con las relaciones (2-6), dicho número es importante para determinar las corrientes que sostiene el cristal semiconductor.

2.2.1 - Generación y recombinación.

Ya hemos hablado con anterioridad de la condición de *equilibrio térmico* y habíamos dicho que nuestro cristal está en esta condición, cuando la única forma de energía con la que se halla en contacto, es la *térmica*, y que es consecuencia de la temperatura a la que se halla el medio que rodea a nuestro sistema; dicha energía térmica es la responsable de todas las transiciones energéticas a que se ven sometidos los electrones que habitan el cristal; es decir, la que produce la ionización de los átomos propios del semiconductor, rompiendo ligaduras y haciendo que un electrón ligado por cada átomo ionizado, escape de su ligadura y se convierta en electrón libre. Cada ligadura rota a su vez permite el movimiento de un electrón ligado entre ellas, el que se mueve en forma absolutamente independiente del movimiento que en ese momento está realizando el electrón libre. Es decir, se ha formado un "*par electrón-laguna*".

Al proceso mediante el cual se forman "pares electrón-laguna" lo vamos a denominar "*generación*", y en equilibrio térmico, como es nuestro caso, será "*generación térmica*", es decir, el proceso de formación de "*pares electrón-laguna*", será en este caso función de la temperatura y será función de cualquier otra forma de energía si el sistema no está en equilibrio térmico. Recordemos que en ningún caso, por más que tengamos otra forma de energía aplicada, podremos prescindir de la térmica.

Según comentáramos oportunamente, para hablar de cantidad de átomos de semiconductor ionizados, debemos hablar en términos de probabilidad; es decir, en ningún momento, excepto a 0°K, podremos decir que no hay ningún átomo ionizado, ni podremos decir que todos se han ionizado; según la temperatura, habrá más o menos probabilidad de ionización y es por eso que diremos que la "*generación térmica*" será función de la temperatura del sistema y la designaremos como "*G(T)*". Vamos a llamar "*generación*", a la cantidad de pares electrón-laguna que se producen por centímetro cúbico de cristal y en la unidad de tiempo, su unidad será:

$$[G(T)] \quad \frac{1}{\text{cm}^3 \text{ seg}} \quad (2-9)$$

Como proceso complementario de la generación, tenemos a la "*recombinación*", todo electrón que ha pasado a ocupar un estado permitido de la banda de conducción, tiene más energía que cuando ese mismo electrón se encontraba llenando una de las ligaduras covalentes del semiconductor; el sistema, en consecuencia, no será estable y tiende a estabilizarse buscando la menor energía posible, la que se tiene cuando cada electrón ocupa una ligadura. En consecuencia, los electrones libres tienden a perder energía y caen en el diagrama de energía ocupando una ligadura que hasta ese momento estaba rota. El proceso de reconstrucción de una ligadura por pérdida de energía de un electrón libre, da lugar a la pérdida de un electrón y también de una laguna, puesto que desaparece el electrón libre y se impide simultáneamente el

desplazamiento neto de un electrón ligado. Vamos a designar con la letra “*R*” y a definir como “*recombinación*”, a la cantidad de pares electrón-laguna que se recombinan por centímetro cúbico de cristal y en la unidad de tiempo, su unidad será también $\text{cm}^{-3}\text{seg}^{-1}$ y diremos que es función de las cantidades de portadores de ambos tipos que integran el cristal y de la temperatura. Para un semiconductor extrínseco en equilibrio térmico será:

$$R(n_o; p_o; T) \quad (2-10)$$

Es fácil entender que la recombinación, pensada como probabilidad de encuentro de un electrón con una laguna, sea función de las concentraciones de dichos portadores, ya que no podrían encontrarse un electrón con una laguna si faltase alguno de ellos; pero no es tan fácil entender su dependencia con la temperatura. Dicha dependencia se explica por el hecho de que los portadores, al igual que las moléculas de un gas, adquieren energía cinética bajo la acción de la energía térmica; si la temperatura fuera de 0°K, la energía sería nula y los portadores, en el supuesto caso de que existieran a tan baja temperatura, no podrían moverse y en tal caso no podrían encontrarse nunca; a medida que la temperatura aumenta, aumenta la energía cinética de las partículas y en consecuencia la probabilidad de encuentro.

Existe, sin duda, una condición de equilibrio por causa de la cual, podemos decir que a 300°K, el Si tiene una concentración de portadores intrínsecos $n_i = 1,5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ y, según las tablas, aumenta a medida que aumenta la temperatura. No obstante, esa condición de equilibrio no es estática, no se ionizaron los $n_i = 1,5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ de una vez y para siempre, sino que el proceso de equilibrio es dinámico. En efecto, la generación es función de la temperatura y se producirá en forma permanente en tanto el sistema se encuentre a una determinada temperatura ambiente; dicha generación da lugar a la producción de electrones y de lagunas en forma continua, lo que hace que las concentraciones de los mismos aumenten. De acuerdo con la expresión (2-10), al haber electrones y lagunas y estar el sistema a una temperatura de T°K, habrá recombinación, de manera que se pierden una cantidad de pares electrón-laguna que tiende a compensar al proceso de formación de los mismos es decir, a la generación. Por unidad de volumen y de tiempo se forman “*G*” pares electrón-laguna y se pierden “*R*” de los mismos; sin duda la condición de equilibrio deberá darse cuando en esa unidad de volumen y de tiempo, se formen tantos pares electrón-laguna como los que se destruyen, es decir, se debe cumplir que:

$$G(T) = R(n_o; p_o; T) \quad (2-11)$$

Si el material fuera intrínseco, la generación será llamada “*Gi*” y seguirá siendo función de “*T*”; la recombinación será también “*Ri*” y será en este caso función de n_i , p_i y T . La condición de equilibrio en este caso será:

$$Gi(T) = Ri(n_i; p_i; T) \quad (2-12)$$

Vemos que las igualdades (2-11) y (2-12) representan una condición de equilibrio dinámico; una es una velocidad de formación de pares electrón-laguna, la otra es una velocidad de desaparición de esos mismos pares electrón-laguna; el equilibrio se producirá cuando ambas velocidades sean iguales. Supongamos que pudiéramos aumentar bruscamente la temperatura³, como $G(T)$ es función directa de ella, aumentará también bruscamente la generación; la recombinación no podrá seguir inmediatamente la variación de la generación pues depende de la temperatura y de las mayores concentraciones de portadores; estas últimas crecen como consecuencia de la mayor generación y consecuentemente crecerá también la recombinación a medida que se acumulan más portadores. Como la temperatura aumentó de una vez y a partir de

³ Por la inercia propia del sistema, ni la temperatura ambiente, ni la del cristal, podrán variar instantáneamente.

allí permanece constante, la generación tampoco aumentará más, y siendo que sí varía la concentración de portadores, aumentará la recombinación; la nueva condición de equilibrio, con una mayor concentración de ambos tipos de portadores, se logrará cuando la recombinación iguale el valor de la nueva generación. Si la temperatura, por el contrario, disminuyera instantáneamente, predominaría la recombinación sobre la menor generación térmica y como consecuencia de esta diferencia, irían desapareciendo más pares *electrón-laguna* por unidad de volumen y de tiempo que los que se generan en esa misma unidad de volumen y de tiempo, nuevamente el equilibrio se lograría cuando se iguale la recombinación a esa menor generación.

2.2.2 - Determinación de las concentraciones de portadores.

2.2.2.1 - Relación entre las concentraciones de equilibrio de los portadores.

Las relaciones (2-11) y (2-12) nos dicen que, tanto en cristales semiconductores intrínsecos como extrínsecos en equilibrio térmico, la generación térmica es siempre igual a la recombinación de los portadores, pero nada nos dice de la forma que tienen esas relaciones.

Sabemos que en un cristal intrínseco, todos los átomos son iguales, es decir, corresponden al átomo semiconductor que estamos considerando llámese silicio o germanio. La generación de *pares electrón-laguna* provocada por la temperatura del medio térmico dentro del cual se halla sumergido el cristal, es consecuencia de la probabilidad de ionización de cada átomo que constituye el mismo, y dicha probabilidad, según viéramos en el punto anterior, existe siempre por baja que sea la temperatura; la cantidad de ionizaciones que se producen por unidad de tiempo de la unidad de volumen considerada, será función del número de átomos que están participando en cada instante y en forma simultánea, de esa ionización. La pregunta aquí sería, ¿se alteraría la cantidad de ionizaciones que simultáneamente se producen, si agregáramos una cantidad de átomos de impurezas?

La respuesta es no, puesto que los átomos ionizados de impurezas han quedado con cuatro electrones a su alrededor completando las ligaduras con sus átomos de semiconductor vecinos; la probabilidad que tienen los átomos de semiconductor de ionizarse dando lugar a la formación de un par *electrón-laguna* es la misma que tienen los átomos de impurezas ionizados de ionizarse por segunda vez dando lugar en este caso a la formación también de un par *electrón-laguna*, por consiguiente debe cumplirse que:

$$G(T) = G_i(T) \quad (2-13)$$

y en esas condiciones, tendrá que verificarse, de acuerdo con las relaciones (2-11) y (2-12), que:

$$R(n_o; p_o; T) = R_i(n_i; p_i; T) \quad (2-14)$$

La relación (2-14) nos dice que la recombinación depende únicamente de las concentraciones de portadores del cristal y de su temperatura y que dichas recombinaciones deberán ser iguales para la misma temperatura, tanto si el cristal es intrínseco como extrínseco. Vemos en la mencionada relación, que es posible relacionar las concentraciones de portadores extrínsecos n_o y p_o con la intrínseca n_i conociendo la temperatura de la muestra; pero para ello tendríamos que conocer de una manera precisa la forma algebraica de las funciones expresadas por esa relación.

Si admitimos que la recombinación cuya expresión general está dada por la (2-10) y cuya expresión algebraica no conocemos, es un polinomio cuyas variables son, en general, n_o , p_o y T , el mismo podrá ser desarrollado aplicando la fórmula de Maclaurin.

Considerando un polinomio de una sola variable:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

la fórmula de Maclaurin aplicada a él, daría la siguiente serie:

$$P(x) = P(0) + P'(0)x + \frac{1}{2!}P''(0)x^2 + \frac{1}{3!}P'''(0)x^3 + \dots + \frac{1}{n!}P^{(n)}(0)x^n$$

en donde en general $P^{(n)}$ es la derivada n -ésima de la función en $x = 0$.

Si nuestro polinomio fuera función de dos variables, $P(x,y)$, aplicando la fórmula de Maclaurin daría la siguiente serie:

$$P(x,y) = A + Bx + Cy + Dxy + Ex^2y + Fxy^2 + Gx^2y^2 + Hx^3y^2 + \dots \quad (2-15)$$

en donde $A, B, \dots$, incluyen las derivadas parciales del orden correspondiente y también los factoriales.

Podríamos desarrollar en serie a la recombinación, pero, según la expresión (2-10), solamente sabemos que es función de tres variables n_o, p_o y T , por lo tanto no podremos hallar el valor de los coeficientes dado que no podríamos obtener las derivadas de una función desconocida, no obstante podríamos sí, conocer la forma de dicha función, es decir, saber si es una función lineal de las concentraciones de portadores, o si es cuadrática, cúbica o tiene forma de raíz. Como queremos desarrollar la función según n_o y p_o como variables, podríamos considerar a la temperatura T constante, en este caso los coeficientes $A, B, \dots$, de la (2-15) no serían constantes absolutas sino dependientes de T ; obviamente serían constantes en tanto la temperatura lo fuera. La expresión (2-10) desarrollada en serie quedaría:

$$R(n_o, p_o, T) = a(T) + b(T)n_o + c(T)p_o + r(T)n_op_o + e(T)n_o^2p_o + \dots \quad (2-16)$$

Según sabemos del estudio de las series, estas pueden ser convergentes o divergentes según que su límite sea finito o infinito; la serie correspondiente a la expresión (2-16) representa un hecho físico como es la recombinación y por ende, no podrá ser de ninguna manera divergente, puesto que la suma de todos sus términos nos tendrá que dar el valor de la recombinación total dentro del cristal para las concentraciones n_o y p_o y la temperatura T . Para que una serie tenga límite finito, sus términos deben ser cada vez más pequeños a medida que aumenta su orden; es decir, deben tender rápidamente a cero, lo que quiere decir que cada término siguiente agrega sólo una porción ínfima al valor total. Debe quedar en claro que el valor final solamente queda dado por la suma de todos los términos, pero un valor aproximado lo tendríamos tomando la suma de algunos términos e incluso considerando solamente el primer término distinto de cero de la serie.

Si analizamos la serie expresada en la (2-16), vemos que físicamente representa a una recombinación y como estamos hablando de una suma, cada uno de los términos deber ser también una recombinación. Si pensamos a la misma como probabilidad de encuentro entre electrones y lagunas, no podrá existir recombinación si no existen portadores como es el caso del primer término, o si contamos solamente con un tipo de portador, como corresponde a los términos segundo y tercero de la serie mencionada. Recién el cuarto término puede representar una recombinación puesto que incluye a los dos tipos de portadores, y suponiendo que los que siguen son despreciables, podremos decir que aproximadamente:

$$R(n_o, p_o, T) \approx r(T)n_op_o \quad (2-17)$$

si desarrolláramos en serie a la recombinación intrínseca, diríamos que:

$$R(n_i, p_i, T) = r(T)n_ip_i = r(T)n_i^2 \quad (2-18)$$

puesto que siempre se verificará que $n_i = p_i$. Teniendo en cuenta la (2-14), se verificará que:

$$r(T)n_op_o = r(T)n_i^2 \quad (2-19)$$

$r(T)$ es solamente función de la temperatura y no tiene por que ser distinta según que el semiconductor sea intrínseco o extrínseco, luego en estas condiciones, la (2-19) queda:

$$n_o p_o = n_i^2(T) \quad (2-20)$$

La expresión (2-20), es una de las más importantes relaciones existentes en la física del estado sólido y dice que el producto entre las concentraciones de electrones y de lagunas en un semiconductor extrínseco en equilibrio térmico, es constante e igual al cuadrado de la concentración intrínseca de portadores para ese material. Dicha concentración intrínseca la llamamos $n_i(T)$ puesto que es función de la temperatura.

La expresión (2-20) es una consecuencia de que la recombinación tiene que mantenerse constante; puesto que si agregamos por medio de impurezas, un tipo de portador, al mantenerse el otro invariable habrá aumentado la cantidad total de portadores, estos tienen en conjunto mayor probabilidad de encuentro entre sí, por lo cual se incrementará la recombinación sin que se incremente la generación térmica; la mayor recombinación dará lugar a la desaparición en cada caso de un electrón y una laguna, eso reduce ambos tipos de portadores hasta que la recombinación y la generación se igualen, en la condición de equilibrio dinámico, la cantidad resultante será; para los mayoritarios, mayor que los de equilibrio térmico pero menor que la suma de los de equilibrio térmico más los agregados, y para los minoritarios, menor que los de equilibrio térmico. Eso se expresa por medio de la expresión (2-20) en la cual el producto debe mantenerse constante, si aumenta uno de ellos tendrá que disminuir el otro para que la probabilidad total de encuentro y por consiguiente la recombinación, permanezca constante.

2.2.2.2 - Análisis de la neutralidad eléctrica en el cristal.

La relación (2-20), si bien constituye un adelanto importante en la determinación de las concentraciones de portadores dentro del cristal semiconductor, no es todavía la solución, dado que dicha ecuación tiene como incógnitas a ambos tipos de portadores y por lo tanto son infinitos los pares de valores cuyo producto es igual a n_i^2 . Debemos por consiguiente buscar una segunda ecuación que contenga a las mismas variables y pueda constituir con la anterior, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Una de las consideraciones básicas que hemos realizado cuando mencionamos la necesidad de tener un cristal con más portadores de un tipo que del otro, era que el mismo debía permanecer neutro; esa necesidad exige igualdad de cargas positivas y negativos. En el caso de un semiconductor intrínseco, los portadores constituyen cargas móviles, y como los electrones tienen carga negativa y las lagunas positivas, debido al hecho de estar siempre ambos tipos de portadores en igual cantidad, se asegura la neutralidad. En el semiconductor extrínseco agregamos impurezas donoras y/o aceptoras. Las donoras dan lugar a cargas negativas móviles (electrones) pero a su vez se ionizan positivamente al ceder su quinto electrón, la neutralidad sigue manteniéndose; con las impurezas aceptoras ocurre otro tanto, al aceptar un electrón de una ligadura vecina se ioniza negativamente y da lugar a la formación de una laguna con carga positiva, también en este caso se mantiene la neutralidad. Por lo tanto podemos igualar la totalidad de cargas negativas, que corresponden a los átomos ionizados de impurezas aceptoras más los electrones, con la totalidad de cargas positivas, que corresponden a las impurezas donoras ionizadas más las lagunas, lo dicho lo expresamos de la siguiente manera:

$$N_a^- + n_o = N_d^+ + p_o \quad (2-21)$$

el primer miembro corresponde a cargas negativas fijas y móviles y el segundo a cargas positivas fijas y móviles.

La condición (2-21) es la correcta, puesto que no basta con agregar impurezas al cristal para tener portadores, hace falta que las mismas estén ionizadas, esa es la causa por la cual hemos puesto N_a^- y N_d^+ queriendo indicar que solamente debemos tener en consideración a los átomos ionizados y no a todos los existentes. No obstante, la energía de ionización de las

impurezas es tan pequeña, $0,03\text{ eV}$ en la donora y $0,02\text{ eV}$ en la aceptora, que podemos suponer que a la temperatura ambiente la casi totalidad de las impurezas estarán ionizadas, de manera que no cometeremos un error apreciable si así lo hacemos. La (2-21) en estas condiciones queda:

$$N_d + n_o = N_d + p_o \quad (2-22)$$

agrupando las cargas móviles en el primer miembro y las fijas en el segundo:

$$n_o - p_o = N_d - N_a = N \quad (2-23)$$

en donde hemos llamado N a la diferencia entre las impurezas donoras y las aceptoras; si el material es *tipo n*, al ser $n_o > p_o$, N será positiva, lo que significa que $N_d > N_a$; en cambio si el material es *tipo p*, $p_o > n_o$ y N será negativa con lo cual tendrá que ser $N_d < N_a$.

Quizás parezca extraño que digamos que un material puede tener simultáneamente impurezas donoras y aceptoras puesto que al estudiar los semiconductores extrínsecos, dijimos que éstos contenían un tipo de impurezas según fueran *tipo n* o *tipo p*. Como veremos en el capítulo correspondiente a *junturas*, éstas se forman por la unión de dos semiconductores extrínsecos de diferente tipo; el punto de partida es un material contaminado con un tipo de impurezas, por ejemplo aceptoras, parte del cual se debe transformar en un semiconductor del tipo opuesto agregando impurezas, en este caso donoras; como las impurezas preexistentes no pueden eliminarse, se agregará una sobre la otra y la zona que posee las dos impurezas tendrá el *tipo de semiconductor* que corresponda a la impureza que esté en mayor número y con un comportamiento equivalente al de un semiconductor que tenga solamente el tipo de impurezas dominante en una cantidad igual a la diferencia entre ambas. Es decir, en general la contaminación efectiva es igual a la diferencia entre N_d y N_a ; si en particular fuera $N_d = N_a$, como una produce electrones y la otra lagunas y están en igual número, el semiconductor se comporta como intrínseco.

La ecuación (2-23) constituye junto con la (2-20) un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que por comodidad reproducimos:

$$n_o p_o = n_i^2(T) \quad (2-20)$$

$$n_o - p_o = N \quad (2-23)$$

y que puede resolverse fácilmente. Mediante esas ecuaciones podemos conocer las concentraciones de portadores n_o y p_o con sólo saber qué material es, la temperatura ambiente y las concentraciones de impurezas.

Para resolverlas con precisión, bastará despejar un tipo de portador, generalmente el minoritario, de la expresión (2-20) y reemplazarla en la (2-23). Suponiendo un material *tipo n*:

$$p_o = \frac{n_i^2(T)}{n_o} \quad (2-24)$$

y reemplazando la (2-24) en la (2-23):

$$n_o - \frac{n_i^2(T)}{n_o} = N$$

y multiplicando todo por n_o y ordenando:

$$n_o^2 - N n_o - n_i^2(T) = 0$$

cuya solución es:

$$n_o = \frac{N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2}\right)^2 + n_i^2(T)} \quad (2-25)$$

se ve inmediatamente que solamente tiene sentido físico la solución con signo positivo, dado que no puede concebirse una concentración negativa de portadores, dicha solución nos dará la concentración de portadores mayoritarios. Los minoritarios se calcularán reemplazando el valor dado por la (2-25) en la (2-24).

Analizando la expresión (2-25), podremos decir que si $N \gg n_i^2(T)$ será $n_o \cong N$ en cuyo caso tendrá que ser $p_o \cong n_i^2(T)/N$. Si el semiconductor fuera *tipo p*, sería $p_o \cong (-N)$ y $n_o \cong n_i^2(T)/(-N)$.

2.2.2.3 - Variación de la concentración de portadores con la temperatura.

Si bien vimos que un semiconductor puede contener ambos tipos de impurezas, en lo que sigue supondremos que solamente contendrá N_d si el material es *tipo n* o N_a si es *tipo p*. La concentración de portadores mayoritarios depende en todos los casos de la concentración de impurezas del material, si es *tipo n*, será $n_o \cong N_d$ y si es *tipo p*, será $p_o \cong N_a$. Esto siempre en el caso de que las impurezas estén prácticamente todas ionizadas, cosa que podemos suponer a una temperatura ambiente de 300°K, pero no a 5°K, puesto que por poca energía que necesiten las impurezas para ionizarse, a temperaturas tan bajas no hay mucha probabilidad de obtenerla. Podemos decir que a alrededor de 50°K ya la energía es suficiente como para ionizar masivamente a las impurezas, lo que significa que entre 0 y 50°K, se produce la ionización de las mismas.

Siguiendo con el análisis, y suponiendo un cristal semiconductor *tipo n*, la relación $n_o \cong N_d$ solamente será cierta si, como dijéramos oportunamente, se verifica que las impurezas están prácticamente todas ionizadas y que además su concentración es grande frente a la de los portadores intrínsecos. A temperaturas muy bajas, entre 0 y 50°K, las impurezas no estarán ionizadas, de manera que la concentración de mayoritarios n_o crecerá a medida que se vayan ionizando las impurezas, dependiendo solamente de éstas, en virtud de que los átomos propios del semiconductor tendrán muy escasas probabilidades de ionizarse. Cuando llegamos a temperaturas del orden de los 50°K, suponemos que la energía térmica es suficiente como para que la casi totalidad de los átomos de impurezas esté ionizada, con lo que se verificará que $n_o \cong N_d$. Esa condición sigue cumpliéndose hasta temperaturas algo superiores que la ambiente, en tanto se cumpla la condición de $N_d \gg n_i(T)$.

Lo que sucede es que el número de N_d no puede variar pero si $n_i(T)$, que justamente por ser función de la temperatura, se incrementa al aumentar ésta hasta que supera el valor de N_d . Una vez sucedido esto, la concentración de portadores n_o aumenta hasta valores muy altos. En este caso ya se cumple la condición opuesta, es decir que $n_i(T) \gg N_d$ con lo cual será $n_o \cong p_o$ y el material se comportará como si fuera intrínseco.

Lo dicho se puede ver en la figura 2-4. A fin de enfatizar lo que sucede para valores bajos de la temperatura, que en una escala lineal no se percibirían; se utiliza para la representación una escala logarítmica. En ella la unidad representa una década y es así que el intervalo de temperatura comprendido entre 1 y 10°K queda representado por el mismo segmento que el que va de 100 a 1000°K; eso hace que se pierdan las variaciones de la función para valores altos de la temperatura, pero se aprecien con mayores detalles lo que sucede a bajas temperaturas. Como en nuestro caso no interesa lo que sucede a temperaturas mayores que la ambiente y por el contrario queremos visualizar la zona de ionización de impurezas que se

produce a temperaturas muy bajas, entre, digamos, 5 y 50°K, conviene expandir la escala de esas temperaturas y apreciar allí con más detalle la variación de n_o .

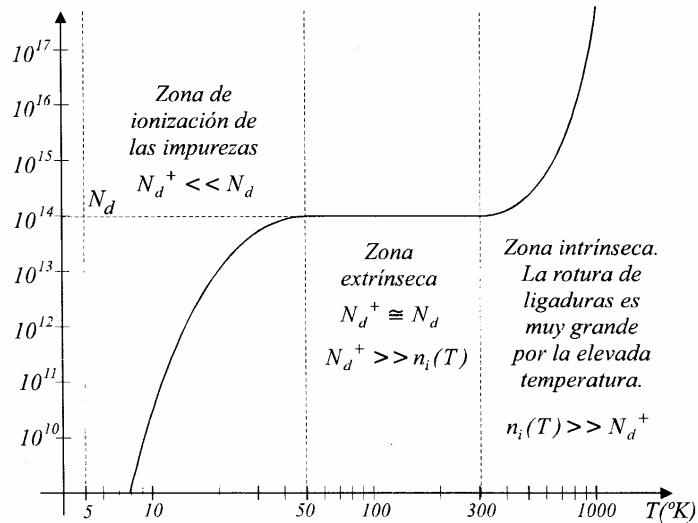


Figura 2-4 Gráfico que muestra la variación de la concentración de portadores mayoritarios en función de la temperatura. En la primera zona las impurezas se ionizan y la concentración de portadores crece; en la segunda zona la concentración permanece constante debido a que las impurezas están todas ionizadas y son en número mayor que $n_i(T)$; en la tercer zona la generación es muy grande de manera que la concentración de pares electrón-laguna supera a la de impurezas, luego $n_o \cong p_o$ de allí el nombre de zona intrínseca.

En la mencionada figura, se ha dividido a la misma en tres zonas definidas para temperaturas diferentes; una primera entre 5 y 50°K, en la cual las impurezas están en proceso de ionización; una segunda entre 50°K y aproximadamente la temperatura ambiente (300°K) en la cual las impurezas están casi en su totalidad ionizadas y una tercera en la cual, debido a la alta temperatura, la generación térmica $G(T)$ es muy elevada y la rotura de ligaduras, correspondiente a la ionización de los átomos del semiconductor, crece a valores tales que supera por mucho al valor de la concentración de impurezas N_d ; en estas condiciones, si bien siempre habrá mayoritarios y minoritarios, la diferencia entre ellos es muy pequeña y se puede decir que $n_o \cong p_o \cong n_i$; es decir, que el cristal se comporta como si fuera intrínseco.

Puede apreciarse en la figura, que en la segunda zona el valor de n_o en función de T se mantiene constante. Eso es debido a que allí las impurezas están ya casi en su totalidad ionizadas, es decir $N_d^+ \cong N_d$, y con la condición impuesta de que a la temperatura ambiente $N_d \gg n_i(T)$, se cumplirá que $n_o \cong N_d$; como a temperaturas más bajas será la generación térmica menor aún, con mucha más razón la condición se cumplirá también para temperaturas menores. La variación de los portadores minoritarios no será de ninguna manera similar a la de los mayoritarios, puesto que para cada temperatura deberá cumplirse que $n_o p_o = n_i^2(T)$, pero en general su muy pequeño número en comparación con el de los mayoritarios, exceptuando la

zona intrínseca que no tiene interés práctico por corresponder a temperaturas muy elevadas, hace que su importancia en la determinación de las corrientes, pueda despreciarse.

2.3 - Movilidad.

Habíamos visto en el punto 2.1, que la corriente en los cristales dependía de la cantidad de portadores de carga que pueden movilizarse y de su velocidad. En el punto 2.2, hallamos algunas relaciones entre los portadores de un cristal semiconductor, que nos permiten obtener la concentración de electrones y de lagunas en el mismo, conociendo el tipo de material y su contaminación. Si además conocemos las velocidades de esos portadores, podremos calcular sin dificultad las corrientes en el cristal semiconductor.

La dinámica de las partículas clásicas, deben ser estudiadas por medio de las leyes de Newton que son leyes clásicas. Como tanto los electrones como las lagunas, según el modelo realizado, se comportan como partículas clásicas que representan el comportamiento cuántico de los electrones libres y de los ligados, podemos estudiar por medio de leyes también clásicas el comportamiento “cuántico” de los portadores dentro del cristal. En el capítulo 1 en correspondencia con el estudio de la masa efectiva de electrones y lagunas, vimos las ecuaciones de Newton aplicadas a ambas partículas. Dichas ecuaciones correspondían a las expresiones (1-4) y (1-5) que reproducimos por comodidad:

$$f_n = m_n * \frac{dv_n}{dt} \quad (1-4)$$

$$f_p = m_p * \frac{dv_p}{dt} \quad (1-5)$$

Estas ecuaciones, nos permiten hallar la ley de variación de la velocidad de cada una de las partículas bajo estudio cuando sobre ellas se aplica una fuerza. No obstante, si la fuerza es constante, será también constante la aceleración y eso quiere decir que la velocidad seguirá variando continuamente llegando, evidentemente, a tener un valor infinito.

Como la corriente en el cristal es función de la concentración de portadores y de su velocidad, si suponemos constante el primer valor, la corriente variará en función directa con la variación de la segunda; por consiguiente si se cumplieran las ecuaciones (1-4) y (1-5), la corriente seguiría creciendo constantemente hasta alcanzar un valor infinito; esto significaría que la resistencia del cristal sería nula y estaríamos en presencia de un “superconductor”, que para nada corresponde a los cristales, tanto conductores como semiconductores, que manejamos habitualmente. Por el contrario, si alimentamos un circuito que contiene una pastilla semiconductor, con una batería, la corriente que circulará por el circuito tendrá un valor constante que es perfectamente mensurable por medio de un amperímetro. Siendo que en todo momento la corriente será proporcional a la velocidad de los portadores de carga, dicha velocidad, en consecuencia, también habrá adquirido un valor constante, razón por la cual la dinámica de los portadores no podrá analizarse por medio de las ecuaciones (1-4) y (1-5) sin realizar sobre ellas alguna corrección.

Como estamos haciendo uso de un modelo clásico para estudiar lo que le sucede a las partículas cuánticas que son los electrones dentro del cristal, utilizaremos también un sistema clásico, para explicar por qué la velocidad de dichas partículas adquiere un valor constante, aunque esté sometida a la acción de una fuerza fija. Este fenómeno se produce en el caso de que la partícula se mueva dentro de un medio viscoso.

2.3.1 - Rozamiento viscoso, velocidad crítica.

En un sistema clásico sin rozamiento, la dinámica de una partícula de masa m , que está sometida a la acción de una fuerza, está expresada por la ley de Newton; dicha ecuación es:

$$f = m \frac{dv}{dt} \quad (2-26)$$

Si el sistema tiene rozamiento, la ecuación se completa por medio del agregado de un segundo término, que incluye la fuerza de reacción provocada por el movimiento de la partícula en el medio viscoso y que será proporcional a su velocidad. Dicha fuerza de rozamiento será:

$$f_r = \alpha v \quad (2-27)$$

en donde α es el coeficiente de rozamiento viscoso de la partícula dentro del medio. En estas condiciones, la ecuación diferencial del movimiento de la partícula, será la (2-26) con el agregado de la (2-27), es decir:

$$f = m \frac{dv}{dt} + \alpha v \quad (2-28)$$

pudiéndose apreciar que la (2-26) es un caso particular de la (2-28) cuando $\alpha = 0$, es decir cuando consideramos al sistema sin rozamiento.

Según la expresión (2-26), mientras la fuerza se halle aplicada, el sistema se verá sometido a una aceleración constante, de manera que la velocidad irá aumentando permanentemente hasta hacerse infinita; la (2-27) opone a esa fuerza que provoca la aceleración de la partícula, otra fuerza de rozamiento de sentido opuesto, y que se incrementa a medida que aumenta la velocidad. Como el primer miembro de la (2-28) corresponde a una fuerza constante, al ir aumentando la fuerza de rozamiento por incremento de la velocidad, llegará un momento en la dv/dt se hace igual a cero y las fuerzas se igualan en valor absoluto. Como no hay fuerza aplicada sobre la partícula, la misma seguirá moviéndose con velocidad constante. Esa velocidad constante correspondiente al régimen permanente, se llama "*velocidad crítica*" y su valor se obtiene haciendo dv/dt igual a cero en la expresión (2-28); luego:

$$v_{crit} = \frac{f}{\alpha} \quad (2-29)$$

La característica de un sistema con rozamiento, es que las partículas que dentro de él se ven sometidas a la acción de una fuerza, adquieren, en régimen estacionario, una velocidad constante llamada "velocidad crítica".

Según se aprecia del examen de la expresión (2-29), la velocidad será tanto menor cuanto mayor es el coeficiente de rozamiento y viceversa. Sin duda el coeficiente de rozamiento del aire no será igual al de un aceite muy pesado y de la (2-29) se desprende que el mismo cuerpo que cae libremente en el aire adquiere una velocidad crítica mucho mayor que la que adquiere cayendo en un aceite pesado.

En muchos casos el coeficiente de rozamiento será función de la temperatura; es así que un aceite a una temperatura cercana a 0°C tiene una viscosidad mucho mayor que ese mismo aceite a 60°C ; ya vamos a ver que eso mismo sucede con los portadores dentro del cristal.

2.3.2 - Coeficiente de rozamiento en los semiconductores.

En esta altura de nuestro estudio, cabe preguntarnos en que condiciones son válidas las ecuaciones de Newton (1-4) y (1-5) aplicadas a los electrones y a las lagunas dentro del cristal. Cuando definimos la *masa efectiva*, dijimos que la misma involucra el efecto de todo el retículo cristalino sobre la trayectoria de los portadores, cuando el cristal es *puro, perfecto y está a 0°K* .

Ninguna de estas condiciones se cumple en el cristal real en donde el mismo no es puro por naturaleza, desde el momento que lo contaminamos con impurezas donoras y aceptoras para obtener un semiconductor extrínseco; tampoco normalmente será perfecto y mucho menos estará a una temperatura de 0°K. Tendríamos que ver si las ecuaciones mencionadas se cumplirían si se dieran las condiciones ideales de definición de la masa efectiva.

Tomemos para ello un metal; éste no necesita de impurezas para funcionar como conductor, puesto que aun a 0°K tiene electrones libres en condiciones de conducir corriente; estudios realizados con conductores, demostraron realmente que cuando está en su mayor grado de pureza y perfección posible y a temperaturas cercanas al cero absoluto, su resistencia tiende a anularse; por lo tanto se puede pensar que si llegáramos a 0°K tendríamos el material “*superconductor*” ideal. Por consiguiente las ecuaciones (1-4) y (1-5) serían válidas en las condiciones ideales, mientras que para un cristal en condiciones reales se modificarían adoptando la forma de la ecuación (2-28); de esta manera, las ecuaciones para electrones y lagunas serían:

$$f_n = m_n * \frac{dv_n}{dt} + \alpha_n v_n \quad (2-30)$$

$$f_p = m_p * \frac{dv_p}{dt} + \alpha_p v_p \quad (2-31)$$

en donde indudablemente, la condición de cristal real se encuentra representada por la existencia del coeficiente de rozamiento α .

Dicho coeficiente de rozamiento, en consecuencia, será tanto más importante cuanto más se aparte nuestro cristal de las condiciones ideales de definición de la masa efectiva; en consecuencia, α dependerá de que el cristal no sea puro, sea imperfecto y esté a una temperatura distinta de 0°K. Vamos a ver en lo que sigue, cual es la dependencia del coeficiente de rozamiento con cada una de estas causas. Siendo, como dijimos, que la masa efectiva tiene en cuenta el efecto de todo el retículo cristalino sobre la trayectoria de los portadores dentro del cristal ideal, el efecto de la temperatura, impurezas e imperfecciones producirá una *desviación* o *dispersión* de esa trayectoria ideal, de modo que su consideración permitirá obtener la trayectoria de los portadores en el cristal en condiciones reales.

La temperatura es una importante causa de dispersión de la trayectoria de los portadores; por sí misma, al provocar la vibración de los átomos que constituyen el cristal y por carácter transitorio, al ionizar impurezas y agitar térmicamente a los portadores. Podemos considerar las siguientes causas dispersivas en la trayectoria de los portadores:

- temperatura
- impurezas
- imperfecciones del retículo cristalino
- portadores

cada una de estas causas originará un efecto equivalente al de rozamiento viscoso, o sea que determinará un valor de α , el coeficiente total será igual a la suma de los coeficientes parciales.

2.3.2.1 - Efecto de la temperatura.

La temperatura es la responsable de la energía cinética que adquieren tanto los átomos que integran el cristal, como los electrones y lagunas que son los portadores de carga. Como los primeros están ocupando un lugar en la estructura cristalina, no pueden desplazarse, razón por la cual la adquisición de energía cinética se traduce en una vibración alrededor de su posición de

equilibrio; para entender esto, podemos pensar en algo equivalente a esferas que están fijadas a su posición en el retículo cristalino por medio de resortes, que le permiten vibrar con una velocidad instantánea distinta de cero pero sin desplazarse de su lugar, es decir, con velocidad de translación nula.

También los portadores, que son partículas móviles, adquieren velocidad como consecuencia de la energía cinética incorporada, pero tampoco se desplazan en forma neta, a pesar de tener posibilidad de hacerlo, ya que nada lo liga a un lugar determinado del cristal; su velocidad instantánea tiene direcciones y sentidos totalmente aleatorios, de manera que su velocidad media también es igual a cero. Solamente aparecería una velocidad media distinta de cero, si la partícula se viera sometida a la acción de una fuerza externa F provocada por algún campo eléctrico o magnético.

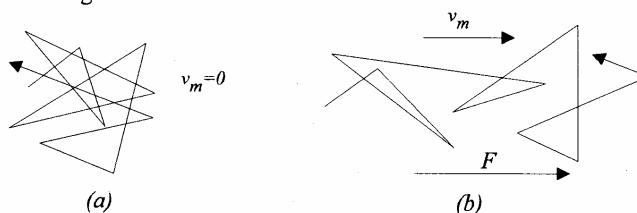


Figura 2-5 Movimiento de agitación térmica o movimiento Browniano de una partícula provocado por la temperatura. En (a) el movimiento es absolutamente aleatorio y la partícula no sufre ningún desplazamiento; en (b) se aplica una fuerza " F " y la partícula se desplazará en la dirección y sentido determinado por la fuerza.

Lo dicho se aprecia en la figura 2-5, en (a) no hay velocidad de desplazamiento mientras que en (b) como consecuencia de la fuerza aplicada, aparece una componente v_m de velocidad de desplazamiento. Si la fuerza correspondiera a un campo eléctrico y la partícula fuera un electrón, el sentido de desplazamiento sería opuesto al del campo, mientras que si fuera una laguna, ambos sentidos coincidirían.

Si el cristal estuviera a 0°K , no sólo estarían inmóviles los átomos sino también los portadores y si aplicáramos alguna fuerza externa, se moverían dentro del retículo cristalino sometido a la acción de todos los átomos que componen el cristal y de las enormes energías puestas en juego en los espacios interatómicos. La trayectoria de los portadores en esas condiciones se obtiene resolviendo las ecuaciones de Newton, y el efecto de toda la estructura cristalina queda involucrado en el valor de la masa efectiva.

Si pudiéramos suponer, por lo menos desde un punto de vista clásico, que la trayectoria se modifica por los sucesivos choques que efectúa el portador contra los átomos fijos del cristal, cuando el cristal se encuentra a 0°K la trayectoria seguida sería la ideal; dicha trayectoria se ha indicado en la figura 2-6(a). Cuando por efecto de la temperatura el átomo vibra, las partículas ven al átomo con un tamaño aparente mayor tal como se muestra en líneas de trazos en (b) de la mencionada figura; los choques contra estos átomos de tamaño distinto tendrían otra frecuencia de repetición y en general tendrían más probabilidad de producirse cuanto más grande sea el diámetro de los átomos; eso representaría una "*dispersión*", es decir, una desviación de la trayectoria normal.

Si la temperatura produce la vibración de los átomos, cuanto mayor sea la temperatura tanto mayor será la energía cinética que debe adquirir y eso se traduce en velocidades de agitación mayores que implican mayores elongaciones y consecuentemente diámetros aparentes mayores.

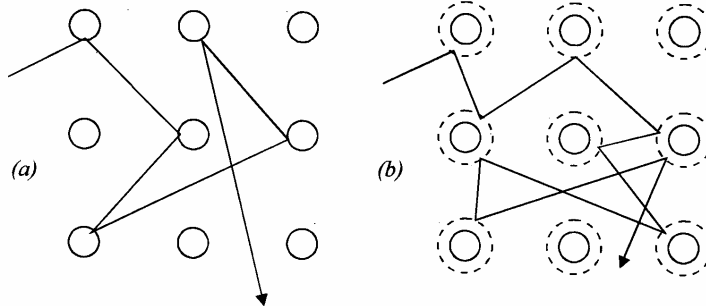


Figura 2-6 Dispersión de la trayectoria aleatoria de la partícula provocada por la temperatura ambiente. La misma provoca una vibración de los átomos del cristal que hace que se comporten como si tuvieran un diámetro aparente mayor.

Lo dicho se aprecia en la figura 2-6(b) en donde además de los átomos virtuales se ha indicado la trayectoria modificada por los choques con dichos átomos.

Esta perturbación en la trayectoria, según viéramos anteriormente, podemos representarla por medio de un coeficiente de rozamiento viscoso y en este caso lo llamaremos α_T por corresponder a la perturbación creada por el ambiente térmico. Dicha perturbación será mayor a mayor temperatura, de donde α_T será proporcional a ella, luego podremos decir que:

$$\alpha_T = k_1 T \quad (2-32)$$

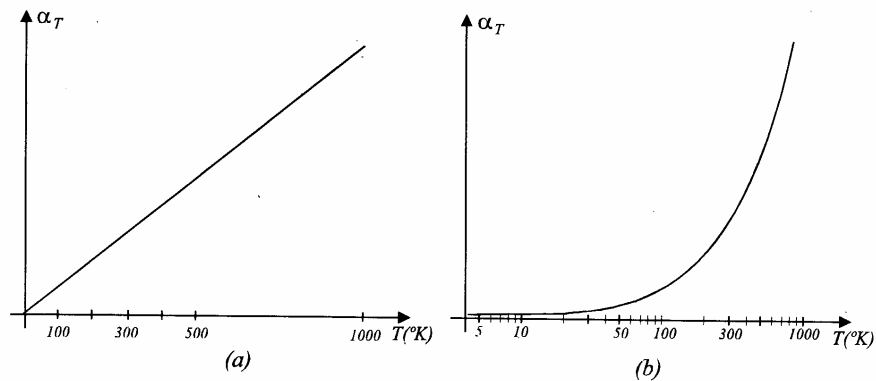


Figura 2-7 Variación del coeficiente de rozamiento viscoso provocado por la temperatura ambiente. En (a) en escala lineal, en (b) logarítmica.

La representación de la (2-32) en escala lineal se muestra en la figura 2-7(a) y con la temperatura en escala logarítmica en la 2-7(b).

2.3.2.2 - Efecto de las impurezas.

El cristal semiconductor intrínseco debe ser lo suficientemente puro como para que el porcentaje de impurezas no deseadas que contiene sea despreciable; no obstante, se agregan

impurezas donoras o aceptoras para transformarlo en extrínseco. Dichas impurezas desequilibran a la estructura cristalina, puesto que ocupan un lugar en el retículo que estaba destinado a un átomo normal de semiconductor. El átomo de impureza puede ser más chico o más grande que el de semiconductor pero nunca igual, por lo tanto el efecto de la distinta masa, provoca variaciones en las energías de los espacios interatómicos y por consiguiente de los potenciales periódicos de la red.

El efecto perturbador de la impureza es aún mayor, si al efecto gravitatorio producido por su diferente masa, se le agrega el proveniente del efecto electrostático provocado por la carga que adquieren dichos átomos cuando se ionizan. Estos efectos gravitatorios y electrostáticos aparecen simultáneamente con el fenómeno analizado en el punto anterior, pero conviene separarlos; de manera que estudiaremos las perturbaciones que provocan las impurezas, considerando que para los átomos, el cristal está a 0°K, no así para los portadores, para los cuales consideraremos la agitación térmica a que se ven sometidos por efecto de la temperatura.

Vamos a analizar en forma separada el efecto que producen las impurezas cuando no están ionizadas y cuando sí lo están.

2.3.2.2.1 -Impurezas sin ionizar.

Según vimos en el punto 2.3.2.1, el portador, como consecuencia de la agitación térmica, realiza una trayectoria aleatoria cuya proyección vale cero cualquiera sea el eje utilizado, mientras no haya alguna fuerza exterior aplicada al portador. El efecto perturbador que provocan los átomos propios del cristal ya fue estudiado en ese mismo punto, pero ahora, además de ese efecto aparece el producido por las masas diferentes de las impurezas. En la figura 2-8, se muestra una porción del retículo cristalino en su representación plana, con un átomo de impureza de mayor tamaño en sustitución de un átomo normal del semiconductor. En línea llena representamos la trayectoria aleatoria que realizaría el portador si el cristal estuviera constituido por todos átomos iguales, y en línea de trazos la modificación que experimentaría dicha trayectoria al pasar cerca de un átomo de impureza, como consecuencia de la mayor atracción gravitatoria que deviene de la mayor masa ubicada en el lugar⁴.

La desviación dependerá de la velocidad con que pasa el portador por la cercanía del átomo de impureza, y esa velocidad, que es la instantánea consecuencia de su energía cinética, es función de la temperatura. A mayor velocidad, menor será la desviación y viceversa; por lo tanto, la perturbación será tanto menor cuanto mayor sea la temperatura.

Podemos definir, en consecuencia, un coeficiente de rozamiento viscoso provocado por la acción de las impurezas sin ionizar, que llamaremos α_{IS} y que será inversamente proporcional a la temperatura, luego:

$$\alpha_{IS} = \frac{k_2}{T} \quad (2-33)$$

La representación gráfica de la expresión (2-33) se muestra en la figura 2-9; en (a) en escala lineal y en (b) con la temperatura en escala logarítmica.

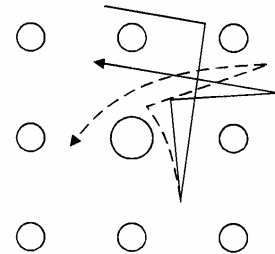


Figura 2-8 Dispersión de la trayectoria aleatoria de la partícula, provocada por la presencia de átomos de impurezas.

⁴ Ese efecto desviatorio también aparecería si el átomo de impureza fuera de menor tamaño que el de semiconductor, dado que su atracción sería menor que la que provocaría el átomo normal, desviándose en consecuencia, en sentido contrario al marcado en la figura 2-8.

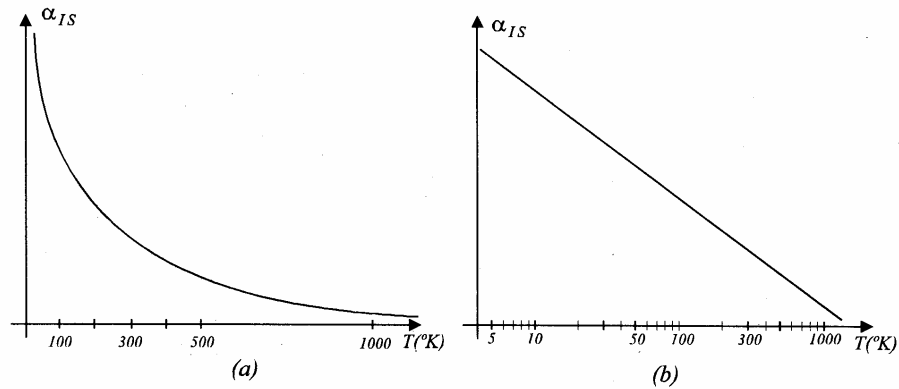


Figura 2-9 Variación del coeficiente de rozamiento viscoso provocado por la presencia de impurezas sin ionizar en función de la temperatura ambiente. En (a) en escala lineal y en (b) logarítmica.

2.3.2.2.2 - Impurezas ionizadas.

En este caso el efecto desviatorio será idéntico al anterior, con la diferencia de que la fuerza no será de tipo gravitatorio sino electrostático y se producirá entre la carga de la impureza ionizada y la del portador en movimiento. Dicha fuerza será de atracción o de repulsión según sean distintas o iguales las cargas enfrentadas, y el coeficiente de rozamiento viscoso será también inversamente proporcional a la temperatura. Lo llamaremos α_{II} y tendrá la siguiente forma:

$$\alpha_{II} = \frac{k_3}{T} \quad (2-34)$$

este efecto se suma a los anteriores.

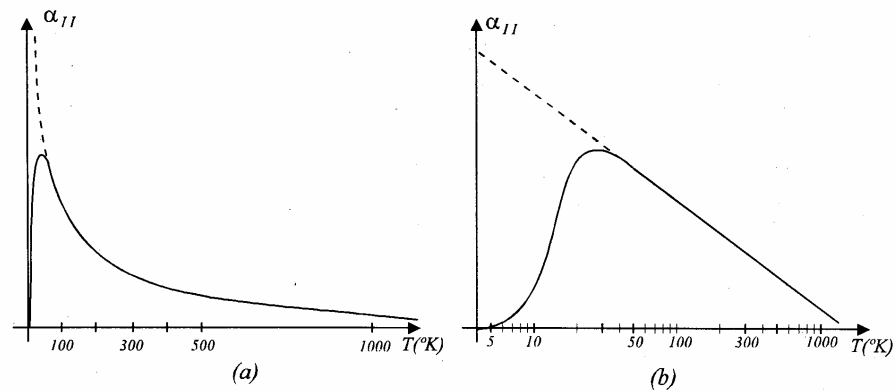


Figura 2-10 Variación del coeficiente de rozamiento viscoso provocado por la presencia de impurezas ionizadas en función de la temperatura; entre 0 y 50°K se indica la ionización de las mismas. En (a) en escala lineal y en (b) logarítmica.

La expresión (2-34) es análoga a la (2-33) y la representación gráfica de ambas sería similar, si las impurezas estuvieran ionizadas para cualquier temperatura. En la realidad no es así, y según dijimos anteriormente, la ionización de impurezas se produce, aproximadamente, entre 5 y 50°K; por consiguiente, a pesar de que α_{II} varía inversamente con la temperatura, dentro de ese intervalo crecerá, pues se van agregando nuevos elementos perturbadores que son las impurezas que se van ionizando. La representación gráfica se puede apreciar en las figuras 2-10(a) y (b).

2.3.2.3 - Efectos de las imperfecciones del retículo cristalino.

Las imperfecciones que suele tener el retículo cristalino son las dislocaciones, y éstas consisten normalmente en la deformación de la celda unitaria por falta de algún átomo en su ubicación correspondiente. Este efecto es similar al que producen las impurezas sin ionizar pues provocan desequilibrios en las atracciones gravitatorias a que se ve sometido el portador a lo largo de su trayectoria aleatoria. Lo consideraremos incluido en el α_{IS} .

2.3.2.4 - Efecto de los portadores móviles.

También la trayectoria aleatoria de los portadores móviles se ve modificada por la presencia de otros portadores. Puede demostrarse que el efecto de los portadores de igual signo entre sí es nulo, mientras que el de los de distinto signo, puede asimilarse al provocado por las impurezas ionizadas y queda, en consecuencia, incluido en α_{II} .

2.3.3 - Variación de α con la temperatura.

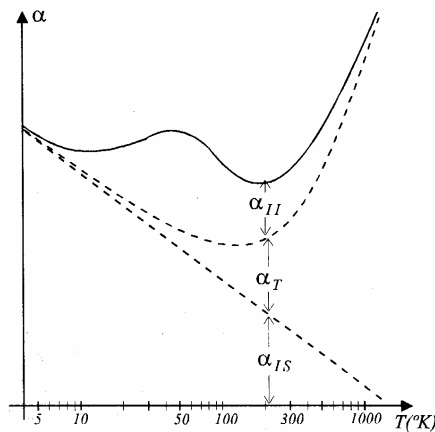


Figura 2-11 Variación del coeficiente de rozamiento viscoso total en función de la temperatura ambiente. Cada ordenada corresponde a la suma de las ordenadas de cada uno de los coeficientes de rozamiento parciales correspondientes a las figuras 2-7, 2-9 y 2-10.

El coeficiente de rozamiento viscoso total α , que puede ser α_n o α_p según el portador considerado, será la suma de los coeficientes parciales hallados, luego:

$$\alpha = \alpha_T + \alpha_{IS} + \alpha_{II} \quad (2-35)$$

debiendo ser su variación, igual a la suma de las variaciones de cada componente. Sumando las ordenadas de los gráficos de las figuras 2-7, 2-9 y 2-10, obtenemos el gráfico de la figura 2-11 que corresponde a la variación de α con la temperatura.

Debe tenerse en cuenta que el análisis realizado es cualitativo y no cuantitativo, de modo que la curva hallada indica solamente la forma de la variación de α con la temperatura.

2.3.4 - Resolución de la ecuación diferencial del movimiento.

Las ecuaciones que permiten obtener la variación de la velocidad de los electrones y de las lagunas dentro del cristal real cuando estos se encuentran sometidos a la acción de fuerzas, son las (2-30) y (2-31) respectivamente, que reproducimos por comodidad:

$$f_n = m_n * \frac{dv_n}{dt} + \alpha_n v_n \quad (2-30)$$

$$f_p = m_p * \frac{dv_p}{dt} + \alpha_p v_p \quad (2-31)$$

El objetivo buscado en la determinación de las velocidades, es finalmente poder hallar las corrientes que circulan por una pastilla semiconductor, por lo tanto, las fuerzas aplicadas a los portadores, serán producidas por un campo eléctrico alojado dentro de la pastilla, el cual es generado por una batería ubicada en el circuito del cual forma parte el cristal. Dicha fuerza para electrones será $\bar{f}_n = -q \bar{\mathcal{E}}$ y para lagunas $\bar{f}_p = q \bar{\mathcal{E}}$; el signo negativo en el caso de la fuerza aplicada sobre los electrones se debe a que ésta es opuesta al sentido del campo eléctrico, mientras que en las lagunas, fuerza y campo tienen el mismo sentido. No olvidemos que por definición, el campo eléctrico es la fuerza que se aplica sobre una carga de signo positivo y de valor igual a 1 coulomb.

2.3.4.1 - Solución para electrones.

La ecuación (2-30) considerando que $\bar{f}_n = -q \bar{\mathcal{E}}$ queda:

$$-q \bar{\mathcal{E}} = m_n * \frac{dv_n}{dt} + \alpha_n v_n \quad (2-35)$$

Queremos determinar la ley de variación de v_n en función del tiempo, para lo cual, aparentemente, no tendríamos más que resolver la ecuación diferencial (2-35). Sin embargo el problema no es tan simple, pues v_n debe representar solamente el valor que en cada instante toma la velocidad del electrón como consecuencia de la aplicación de la fuerza f_n mientras que en la práctica, incluye también la velocidad de agitación térmica provocada por la temperatura del ambiente dentro del cual se mueve la partícula, y esa componente de velocidad es absolutamente aleatoria e imposible de conocer para un instante determinado.

Para tratar de resolver el problema, tendremos que independizar a la velocidad v_n buscada de la velocidad de agitación térmica. En la figura 2-5(a) se vio, que si bien la velocidad de agitación térmica instantánea de una partícula es distinta de cero, la velocidad media de la misma es nula; en la figura 2-5(b) en cambio, cuando se aplica una fuerza F , la velocidad media v_m es distinta de cero y dicha componente de velocidad es exclusivamente producida por la fuerza aplicada. El problema pues, estaría resuelto, si pudiéramos considerar un intervalo grande de tiempo; evidentemente en un tiempo grande se anulan las velocidades aleatorias y queda la media buscada.

En nuestro caso no es posible resolver el problema de esta forma, puesto que no buscamos la velocidad media en un periodo grande de tiempo, sino la velocidad para cada instante. La teoría de las probabilidades nos da la solución.

Según sabemos, cuando decimos que la probabilidad que tiene un determinado suceso de producirse es de $\frac{1}{2}$, su comprobación no puede hacerse repitiendo ese suceso unas pocas veces. Si la probabilidad de que una moneda caiga cara es de $\frac{1}{2}$, nadie nos puede asegurar que tirándola 10 veces al aire caerá 5 veces cara; pero si caerá la mitad de veces cara si la tiramos al aire millones de veces.

La medición de una probabilidad con cierta precisión, requiere de la realización de un número muy alto de sucesos; en el caso que vimos recientemente, los sucesos se producían uno a continuación del otro y por ello requerían de un tiempo muy largo para realizarlos; pero si en lugar de un solo individuo, tomamos millones y todos ellos ejecutan el proceso simultáneamente, habremos producido millones de sucesos pero en forma instantánea; el resultado debe ser el mismo. En el ejemplo de la moneda, si tiramos millones de monedas al aire simultáneamente y cuando están en el suelo contamos cuantas han caído cara, veremos que también en este caso la probabilidad será de $\frac{1}{2}$.

Lo mismo podremos decir de la probabilidad de desplazamiento por efecto de la agitación térmica de las partículas de un gas; su velocidad media es cero, y lo podremos comprobar observando a una de ellas durante un tiempo muy largo, u observando a un conjunto muy grande de partículas en un instante. Cada partícula tendrá una velocidad distinta en ese instante, pero la suma vectorial de todas ellas dará indudablemente cero.

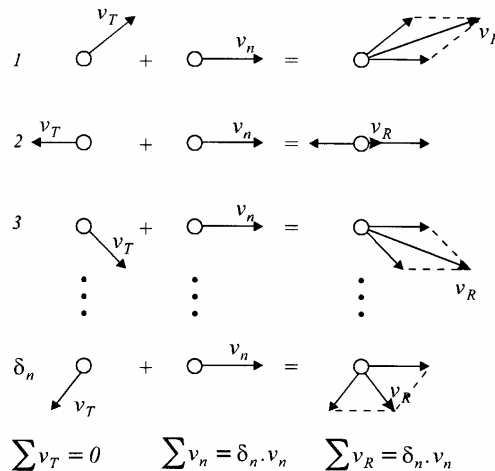


Figura 2-12 La primer columna muestra las velocidades aleatorias de agitación térmica de un conjunto muy grande de partículas, la segunda las velocidades que sobre dichas partículas provoca la fuerza aplicada y la tercera la suma de ambas; la sumatoria de la tercer columna dará por resultado únicamente las velocidades provocadas por la fuerza que estamos buscando.

En la figura 2-12 hemos considerado un conjunto muy grande de partículas δ_n . En una primer columna consideramos a todas las partículas en un instante, animadas solamente de la velocidad de agitación térmica representada por un vector v_T ; la sumatoria de todos los vectores

será igual a cero tal como se indicó en la parte inferior de esa columna. En una segunda columna consideramos al mismo conjunto δ_n de partículas, animadas en este caso de la velocidad v_n producida por la aplicación del campo eléctrico y que será la misma para todo el conjunto; la sumatoria en este caso, tal como se ve en la parte inferior de esta columna, será δ_n veces la velocidad v_n . En una tercer columna consideramos nuevamente al grupo δ_n de partículas pero en este caso con ambas velocidades aplicadas simultáneamente; indicamos con v_R a la velocidad resultante de la suma vectorial de las velocidades v_T y v_n ; la suma de las velocidades de las partículas de esta tercer columna, dará únicamente la velocidad v_n multiplicada por el número δ_n de partículas. Es decir, ***“para un conjunto muy grande de partículas, las velocidades aleatorias de agitación térmica se compensan entre sí”***.

Lo mismo sucede si multiplicamos a la expresión (2-35) por un conjunto δ_n de electrones, lo suficientemente grande, como para que sus velocidades aleatorias de agitación térmica se anulen entre sí; en este caso, la (2-35) queda:

$$-q \mathcal{E} \delta_n = m_n * \frac{dv_n}{dt} \delta_n + \alpha_n v_n \delta_n \quad (2-36)$$

y como la (2-36) representa la ecuación del movimiento de un grupo muy grande de partículas, la única velocidad interviniente es la provocada por el campo eléctrico. Para analizar solamente a una partícula y no a un grupo, tendremos que dividir todo por δ_n para así referir la velocidad del grupo a una sola partícula; dividiendo la (2-36) por δ_n , queda:

$$-q \mathcal{E} = m_n * \frac{dv_n}{dt} + \alpha_n v_n \quad (2-37)$$

ecuación que aparentemente es idéntica a la (2-35). En realidad son idénticas matemáticamente, ya que multiplicar y dividir una expresión por una misma cantidad no altera el resultado, pero son físicamente distintas; la (2-35) incluye la velocidad de agitación térmica que enmascara el valor de la velocidad que efectivamente buscamos; en la (2-37) esa velocidad fue eliminada y queda solamente la provocada por el campo eléctrico $\mathcal{E}$.

Dividiendo miembro a miembro a la (2-37) por $m_n *$ y ordenando:

$$\frac{-q \mathcal{E}}{m_n *} = \frac{dv_n}{dt} + \frac{\alpha_n}{m_n *} v_n \quad (2-38)$$

que corresponde a una ecuación diferencial completa. Cada término de dicha ecuación debe corresponder a las mismas unidades; el primer miembro, es el cociente entre fuerza y masa y corresponde a una aceleración, es decir, en unidades, *velocidad/tiempo*; el primer término del segundo miembro es indudablemente una aceleración o sea que tendrá las mismas unidades y en consecuencia, el segundo término del segundo miembro tendrá también que corresponder a una *velocidad/tiempo*. Observando dicho término, y siendo indudablemente v_n una velocidad, tendrá que corresponder $m_n */ \alpha_n$ a un tiempo. Como tanto la masa efectiva como el coeficiente de rozamiento viscoso son constantes, ese tiempo será también constante y lo llamaremos ***tiempo de relajación***. Para electrones será:

$$\frac{m_n *}{\alpha_n} = \tau_{cn} \quad (2-39)$$

Como α_n es una constante dependiente de la temperatura, también el tiempo de relajación será función de la temperatura.

2.3.4.1.1 - Transitorio de conexión.

Reemplazando la (2-39) en la (2-38):

$$\frac{-q\mathcal{E}}{m_n^*} = \frac{dv_n}{dt} + \frac{v_n}{\tau_{cn}} \quad (2-40)$$

cuya solución es:

$$v_n = -\frac{q\tau_{cn}}{m_n^*} \mathcal{E} (1 - e^{-t/\tau_{cn}}) \quad (2-41)$$

En la figura 2-13, se ha representado la expresión (2-41) en función del tiempo; vemos que para $t=0$ será $v_n=0$ y ésta crece durante un tiempo que, si bien matemáticamente es infinito, físicamente se acepta que dura aproximadamente $5\tau_{cn}$, dicho intervalo de tiempo corresponde al **régimen transitorio de crecimiento**. Dicho régimen transitorio termina, según dijéramos, en un tiempo $t=5\tau_{cn}$ y comienza allí el **régimen permanente**, el valor de la velocidad para esta condición se obtiene haciendo $t=\infty$ en la expresión (2-41); en estas condiciones queda:

$$v_n = -\frac{q\tau_{cn}}{m_n^*} \mathcal{E} \quad (2-42)$$

que es la expresión que representa el valor de la velocidad crítica de los electrones y que es proporcional al campo eléctrico aplicado $\mathcal{E}$, dicha velocidad es la que sostiene la corriente de electrones en el semiconductor en la condición de régimen permanente.

A la constante de proporcionalidad entre la velocidad de régimen permanente de los electrones y el campo eléctrico aplicado, se la denomina **MOVILIDAD DE LOS ELECTRONES** y se la designa con la letra μ con subíndice n , luego:

$$\mu_n = \frac{q\tau_{cn}}{m_n^*} \quad (2-43)$$

que reemplazada en la ecuación (2-42) da:

$$v_n = -\mu_n \mathcal{E} \quad (2-44)$$

La unidad de la movilidad la obtenemos despejándola de la (2-44), luego:

$$[\mu] = \frac{[v]}{[\mathcal{E}]} = \frac{\frac{cm}{seg}}{V/cm} \quad \text{luego} \quad [\mu] = \frac{cm^2}{V \cdot seg} \quad (2-45)$$

La movilidad es siempre positiva, la que es negativa es la relación entre la velocidad y el campo eléctrico, puesto que al considerar electrones con carga negativa, el sentido de la velocidad será opuesto al del campo.

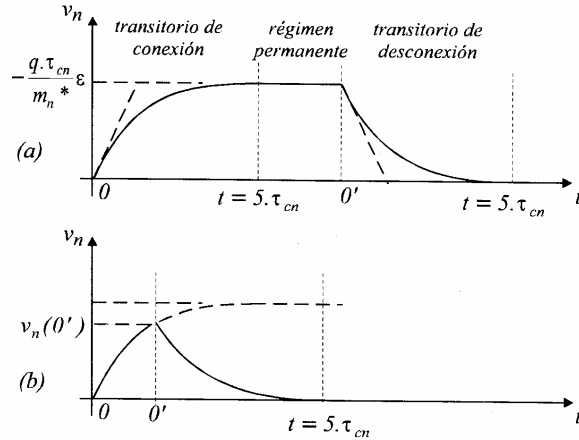


Figura 2-13 Variación de la velocidad de un electrón en función del tiempo; en (a), el transitorio de desconexión comienza cuando ya se ha alcanzado la velocidad de régimen permanente (crítica), en (b) la desconexión se produce antes de alcanzar la velocidad crítica.

2.3.4.1.2 - Transitorio de desconexión.

Si eliminamos la batería del circuito abriendo el interruptor, el campo eléctrico se anulará y la ecuación (2-40) queda:

$$0 = \frac{dv_n}{dt} + \frac{v_n}{\tau_{cn}} \quad (2-46)$$

cuya solución es:

$$v_n = v_n(0') e^{-t/\tau_{cn}} \quad (2-47)$$

y representa el **régimen transitorio de desconexión**. El valor $v_n(0')$, corresponde al valor de la función en el tiempo $t=0'$ que es el instante en que se abre la llave. En la figura 2-13 se muestra el transitorio de desconexión y pueden darse dos situaciones; la que se muestra en (a) en donde dicho transitorio se produce cuando el transitorio de crecimiento se ha completado y se ha alcanzado la velocidad crítica, el valor de v_n para $t=0'$ en este caso corresponde a dicha velocidad que es el valor de la velocidad de régimen permanente. En (b) de la misma figura se muestra otra condición, en ella la desconexión se produce antes de haber alcanzado la velocidad crítica, es decir, antes de completar el transitorio de crecimiento, el valor de v_n para $t=0'$ en este caso, no es el de régimen permanente sino que es de menor valor. Es por esta razón que en la expresión (2-47) hemos indicado el valor de la velocidad para $t=0'$ como $v_n(0')$ en forma más general.

Cabe destacar que el valor de los tiempos de relajación es muy pequeño, del orden de 10^{-12} seg, lo que hace que los retardos de tiempo en la conexión y desconexión, solamente sean importantes en frecuencias muy elevadas.

2.3.4.2 - Solución para lagunas.

La ecuación (2-35), teniendo en cuenta que la fuerza que aplica el campo eléctrico sobre las lagunas es $\bar{f}_p = q \bar{\mathcal{E}}$, queda:

$$q \bar{\mathcal{E}} = m_p^* \frac{dv_p}{dt} + \alpha_p v_p \quad (2-48)$$

y multiplicando y dividiendo la (2-48) por un conjunto δ_p de partículas y dividiendo a su vez por la masa efectiva:

$$\frac{q \bar{\mathcal{E}}}{m_p^*} = \frac{dv_p}{dt} + \frac{v_p}{\tau_{cp}} \quad (2-49)$$

en la cual hemos hecho:

$$\frac{m_p^*}{\alpha_p} = \tau_{cp} \quad (2-50)$$

la solución de la (2-49) es:

$$v_p = -\frac{q \tau_{cp}}{m_p^*} \bar{\mathcal{E}} (1 - e^{-t/\tau_{cp}}) \quad (2-51)$$

cuya representación gráfica tiene la misma forma que la mostrada en la figura 2-13 para v_n ; la velocidad de régimen permanente será:

$$v_p = \frac{q \tau_{cp}}{m_p^*} \bar{\mathcal{E}} \quad (2-52)$$

que expresa la velocidad de las lagunas en función del campo eléctrico. A la constante de proporcionalidad la llamaremos **MOVILIDAD DE LAS LAGUNAS** y se la designa con la letra μ con subíndice p , luego:

$$\mu_p = \frac{q \tau_{cp}}{m_p^*} \quad (2-53)$$

y su unidad será también $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$. Sustituyendo la (2-53) en la (2-52):

$$v_p = \mu_p \mathcal{E} \quad (2-54)$$

El signo positivo implica que la velocidad de las lagunas tiene el mismo sentido que el campo eléctrico que le dio lugar.

2.3.4.3 - Variación de la movilidad con la temperatura.

La expresión de la movilidad, tanto de electrones como de lagunas, tiene la forma:

$$\mu = \frac{q \tau_c}{m^*} \quad (2-55)$$

teniendo en cuenta las definiciones dadas por intermedio de las expresiones (2-39) y (2-50):

$$\frac{m^*}{\alpha} = \tau_c \quad (2-56)$$

sustituyendo la (2-56) en la (2-55), ésta queda:

$$\mu = \frac{q}{\alpha} \quad (2-57)$$

y siendo α una función de la temperatura como se viera en el punto 2.3.3, también lo será μ . Como la carga del electrón es constante, la movilidad variará con la temperatura en forma inversa a la variación del coeficiente de rozamiento viscoso α mostrado en la figura 2-11.

Aplicando la expresión (2-57), hallamos $\mu = f(T)$ cuya representación gráfica se puede ver en la figura 2-14.

A la temperatura ambiente, es decir a 300°K, las movilidades de electrones y de lagunas según el semiconductor son:

Para el germanio:

$$\mu_n = 3900 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$$

y

$$\mu_p = 1900 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$$

Para el silicio:

$$\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$$

y

$$\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{seg}$$

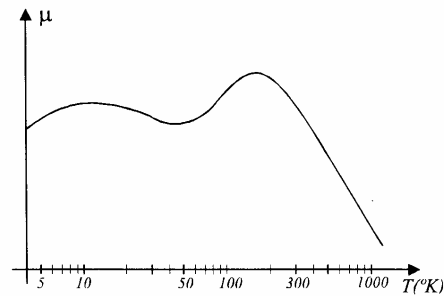


Figura 2-14 Variación de la movilidad con la temperatura. Es inversa a la variación del coeficiente de rozamiento viscoso mostrado en la figura 2-11

2.4 - Conductividad.

En el punto 2.2, hemos hallado fórmulas, concretamente las dadas por las expresiones (2-20) y (2-23), que nos permiten calcular las concentraciones de portadores contenidas en un cristal semiconductor, cuando conocemos la contaminación de impurezas y la temperatura. En el punto 2.3 por medio de la movilidad, estudiamos la relación que existe entre la velocidad que adquiere un portador dentro de un cristal y el campo eléctrico aplicado sobre él. Solamente nos

falta vincular ambos efectos para poder hallar en forma explícita los valores de las corrientes de electrones y de lagunas que fueran expresadas por las funciones implícitas (2-6a) y (2-6b).

Supongamos una pastilla semiconductor tipo *N* como la mostrada en la figura 2-15, de área transversal A . La misma forma parte de un circuito alimentado por una batería que sostiene una corriente I_n . Consideremos un volumen elemental $A dx$ de esa pastilla, si la concentración por unidad de volumen de electrones mayoritarios es n_o , la cantidad de electrones contenidos en el volumen elemental mencionado será $n_o A dx$, y siendo la carga de cada electrón $-q$, el diferencial de carga será:

$$dQ = -q n_o A dx \quad (2-58)$$

Si la velocidad de los electrones es v_n , podemos decir que:

$$v_n = \frac{dx}{dt} \quad (2-59)$$

lo que implica que en un tiempo dt , cada portador recorre una distancia dx , en consecuencia, si cada portador alojado en el volumen elemental recorre esa distancia que, según podemos ver en la figura 2-15, es todo el largo de dicho elemento de volumen, todos los portadores contenidos en él habrán, en ese tiempo, atravesado el plano " $x+dx$ ". Si despejamos dx de la (2-59) y la reemplazamos en la (2-58):

$$dQ = -q n_o A v_n dt \quad (2-60)$$

y dividiendo miembro a miembro por dt :

$$\frac{dQ}{dt} = -q n_o A v_n = I_n \quad (2-61)$$

que es la forma explícita de la corriente de electrones $I_n = f(n_o, v_n)$ correspondiente a la expresión (2-6a). **La expresión (2-61) es la comprobación de la dependencia de la corriente con la concentración de portadores y con la velocidad de los mismos.**

Si queremos hallar la densidad de corriente de electrones J_n , es decir la corriente por unidad de superficie transversal de la pastilla, bastará con dividir a la expresión (2-61) por A , luego:

$$J_n = -q n_o v_n \quad (2-62)$$

Si queremos hallar la corriente de lagunas, teniendo en cuenta que la misma tiene carga positiva:

$$\frac{dQ}{dt} = q p_o A v_p = I_p \quad (2-63)$$

y dividiendo por el área transversal A :

$$J_p = q p_o v_p \quad (2-64)$$

Si reemplazamos en las expresiones (2-62) y (2-64) las relaciones (2-44) y (2-54), obtenemos las siguientes expresiones:

$$J_n = q n_o \mu_n \mathcal{E} \quad (2-65a)$$

$$J_p = q p_o \mu_p \mathcal{E} \quad (2-65b)$$

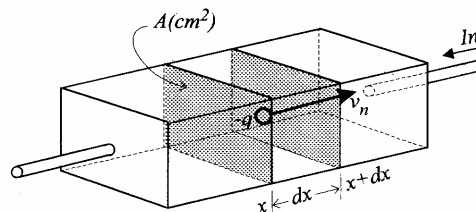


Figura 2-15 Pastilla semiconductor tipo *N*, la carga corresponde a un electrón y el vector v_n a la velocidad con que se mueve dicha partícula (2-58)

que permiten hallar las densidades de corrientes de electrones y de lagunas dentro de un semiconductor, cuando se aplica un campo eléctrico $\mathcal{E}$. Podemos observar que ambas expresiones son positivas a diferencia de las (2-62) y (2-64), puesto que en estas expresiones las corrientes eran función de las velocidades y según fueran negativas o positivas las cargas puestas en juego, el sentido relativo de las corrientes con respecto a la velocidad de los portadores que la sostienen se modifica. En el caso de que la corriente quede expresada en función del campo eléctrico, los signos son siempre positivos, puesto que la corriente tiene siempre el mismo sentido que el campo sea ésta sostenida por electrones o por lagunas.

Por definición, la densidad de corriente es la corriente por unidad de superficie transversal de la pastilla, y el campo eléctrico, la diferencia de potencial por unidad de longitud de la misma; luego las expresiones (2-65) representan la ley de "ohm" para la unidad de volumen puesto que se aplica a un cristal de 1 cm^2 de sección y de 1 cm de longitud. La ley de ohm para una pastilla cualquiera es:

$$I = GV \quad (2-66)$$

en donde I representa la corriente circulante, V la tensión aplicada y G la conductancia de la pastilla⁵; cuando el cristal tiene dimensiones unitarias, en lugar de conductancia hablaremos de **conductividad** y la expresaremos por medio de la letra griega σ (*sigma*). Las expresiones (2-65) en estas condiciones quedan:

$$J_n = \sigma_n \mathcal{E} \quad (2-67a)$$

$$J_p = \sigma_p \mathcal{E} \quad (2-67b)$$

siendo por consiguiente:

$$\sigma_n = q n_o \mu_n \quad (2-68a)$$

$$\sigma_p = q p_o \mu_p \quad (2-68b)$$

Como la corriente total es la suma de las corrientes de electrones y de lagunas, queda:

$$J = J_n + J_p \quad (2-69)$$

reemplazando las expresiones (2-67) en la (2-69):

$$J = (\sigma_n + \sigma_p) \mathcal{E} \quad (2-70)$$

y como la corriente total es función de la conductividad total σ y del campo eléctrico, será:

$$J = \sigma \mathcal{E} \quad (2-71)$$

comparando la (2-70) con la (2-71), obtenemos la expresión de la conductividad total, ella vale:

$$\sigma = q (n_o \mu_n + p_o \mu_p) \quad (2-72)$$

2.4.1 - Variación de la conductividad con la temperatura.

Dado que la conductividad es proporcional al producto de las concentraciones de portadores por su respectiva movilidad y siendo que tanto unas como otras son variables con la temperatura, será también la conductividad función de ella.

⁵ La conductancia es la inversa de la resistencia R , su unidad es $(\Omega)^{-1}$ y suele llamarse *mho* como inversa de *ohm*.

La conductividad total es la suma de la de los electrones y de la de las lagunas, pero la que corresponde al portador que es minoritario en el cristal que estamos considerando, será totalmente despreciable frente a la de los mayoritarios, puesto que en la expresión (2-72) se puede ver fácilmente que, aún cuando las movilidades tengan el mismo orden de magnitud, las concentraciones de portadores minoritarios serán muchos órdenes de magnitud menor que la de los mayoritarios, por consiguiente, podremos decir con mucha aproximación que:

$$\sigma \cong \sigma_{\text{mayoritarios}} \quad (2-73)$$

por tal razón, si suponemos, por ejemplo, un material *tipo n*, la conductividad total será:

$$\sigma \cong \sigma_n \cong q n_o \mu_n \quad (2-74)$$

por consiguiente, la variación de σ con la temperatura será proporcional al producto de la variación de la concentración de portadores mayoritarios y de la movilidad. Se verificará entonces que:

$$\sigma(T) = q n_o(T) \mu_n(T) \quad (2-75)$$

En la figura 2-4 se representó la concentración de portadores mayoritarios en equilibrio térmico y en la figura 2-14 la variación de la movilidad, ambos en función de la temperatura; la curva de la conductividad en función de la temperatura surge de la aplicación de la expresión (2-75) y será consecuentemente proporcional al producto de las curvas mencionadas. Lo dicho se puede ver en la figura 2-16.

Cabe destacar que los diagramas (a), (b) y (c) de la figura 2-16, al igual que lo que dijéramos en el punto 2.3.3 al representar la variación de α en función de la temperatura, surgen de un análisis cualitativo y no cuantitativo. Algunos efectos, como el de la importancia de la dispersión producida por las impurezas, se ha exagerado a fin de destacar la forma de las curvas como consecuencia del efecto dispersivo de cada causa en particular.

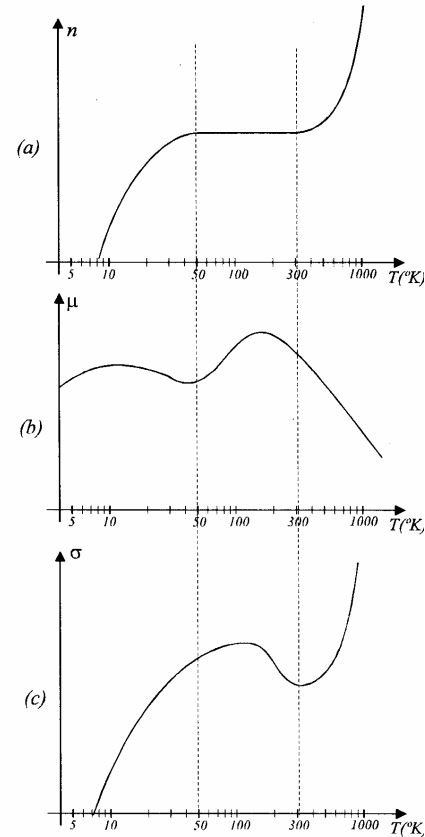


Figura 2-16 En (c) se muestra la variación de conductividad con la temperatura, obtenida como producto de los gráficos (a) y (b).